

TRANSMISIÓN, REFLEXIÓN Y GENERACIÓN DEL SEGUNDO ARMÓNICO EN UNA GUÍA DE ONDAS NO LINEAL

Alp Findikoglu Superconductivity Technology Center, Los Alamos National Laboratory.

Roberto Camassa T7, Los Alamos National Laboratory y Department of Mathematics, UNC Chapel Hill

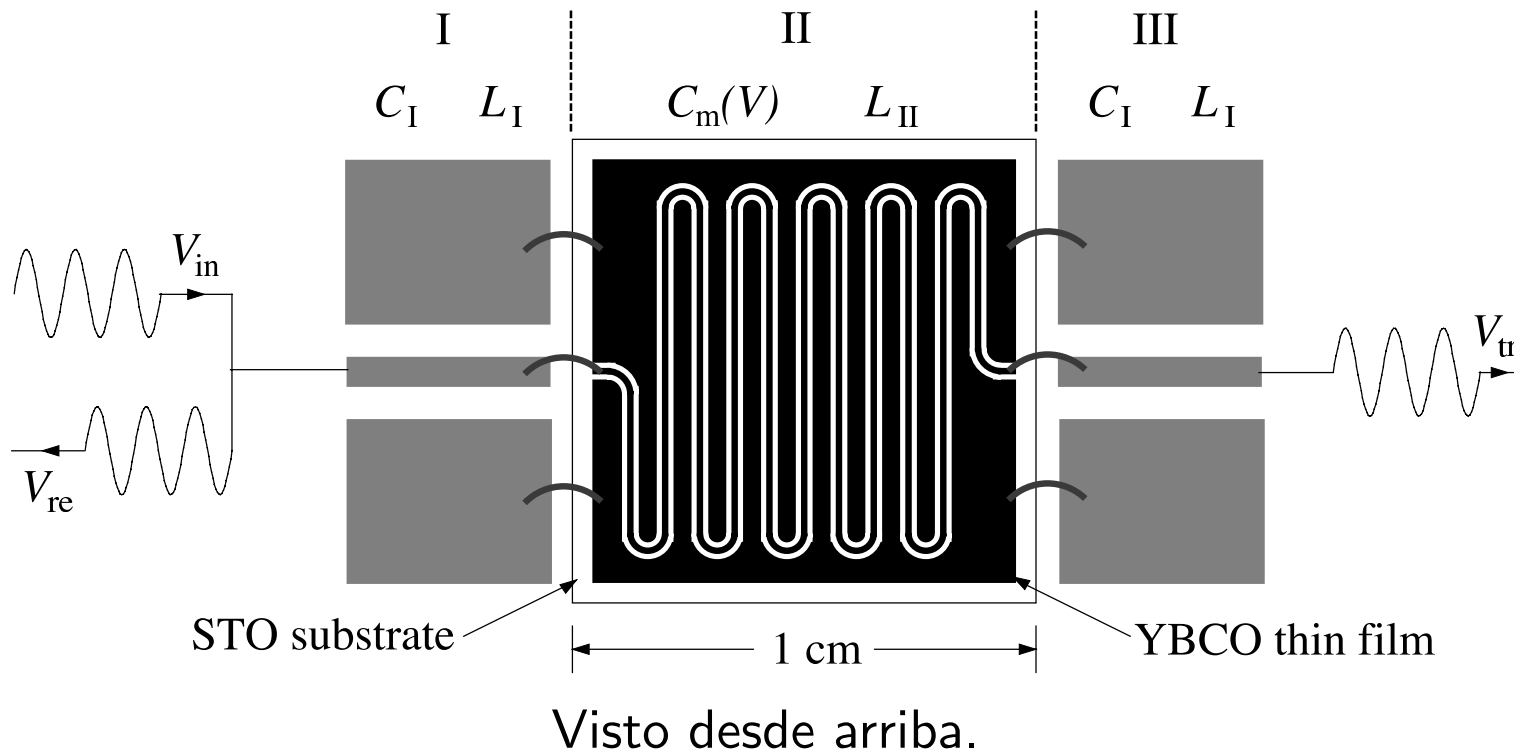
Grant Lythe Department of Applied Mathematics, University of Leeds

Hemos realizado un estudio experimental, numérico y teórico de lo que ocurre cuando micro-ondas y ruido se propagan por un medio no lineal.

- *Dielectric nonlinearity and stochastic effects in strontium titanate* Appl. Phys. Lett. **80** 3391 (2002)

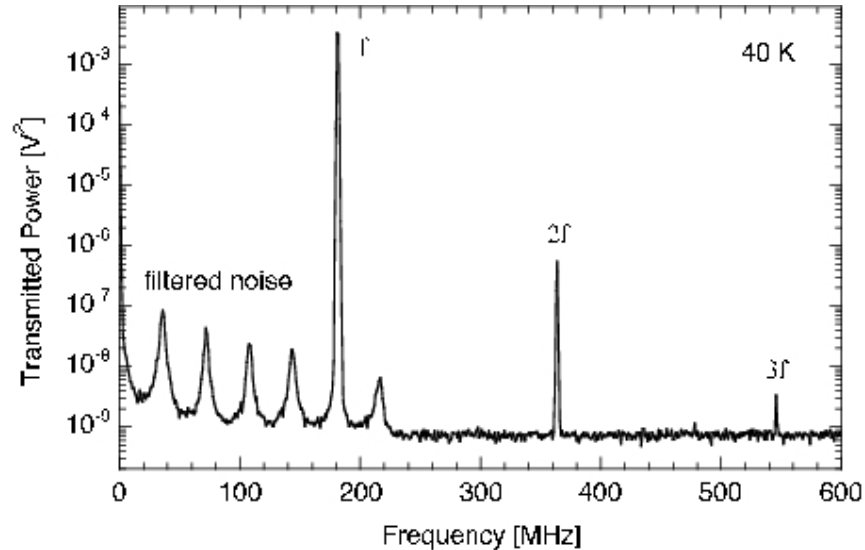
ESQUEMA EXPERIMENTAL

El medio experimental es una guía de ondas de longitud finita hecha en **una película superconductora por encima de un cristal dieléctrico** con dimensiones $1\text{cm} \times 1\text{cm} \times 0.5\text{mm}$.



DATOS EXPERIMENTALES: OUTPUT POWER SPECTRUM

En este ejemplo, las señales de entrada son una sinusoidal a 182MHz y otra ruido con espectro plano entre 0 y 250MHz.



Temperatura de operación 40K.
Voltaje impuesto $v_b = 0.82V$.

Los picos cada 36MHz se deben a resonancias.

MODELIZACIÓN: ECUACIÓN DE ONDAS

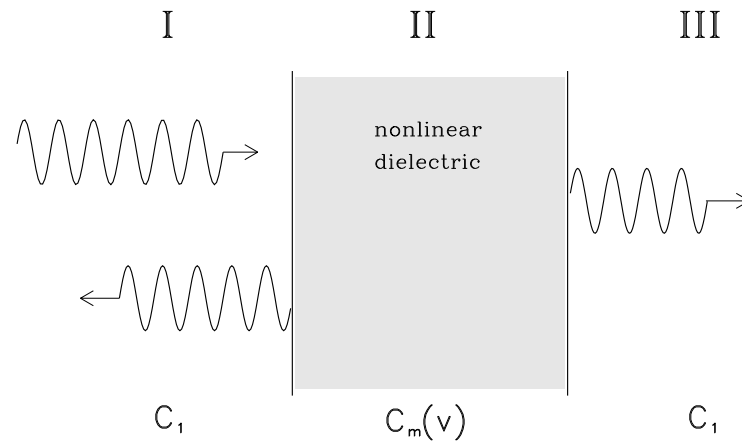
$$\frac{\partial q(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} \qquad L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial v(x, t)}{\partial x}.$$

Puesto que la relación entre carga eléctrica y voltaje es no lineal , la ecuación de ondas exhibe una no-linealidad.

$$C(v(x, t)) \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial i(x, t)}{\partial x}, \qquad L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial v(x, t)}{\partial x}.$$

ESQUEMA TEÓRICO

Las EDP se resuelven en tres regiones, una de ellas no lineal.



Región I (circuito input, $x < 0$)

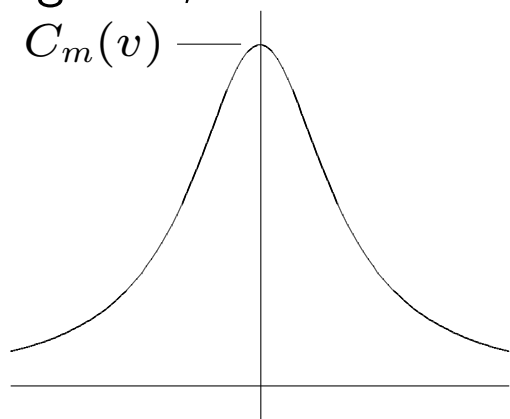
Región III (circuito output, $x > l$)

Región II (medio no lineal, $0 \leq x \leq l$)

Voltaje y corriente varían de forma continua en las fronteras.

CAPACIDAD NO CONSTANTE

- En las regiones I y III, L y C son constantes.
- En la región II, L es constante pero C es una función no lineal del voltaje.



$$C'_m(0) = 0 \text{ y } C''_m(0) < 0.$$

$$\text{Sea } v^* = \left(\frac{C_m(0)}{-C''_m(0)} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

$$C_{\text{II}} = C_m(0)$$

La no-linealidad se puede afinar mediante un voltaje impuesto de unos voltios.

RESOLUCIÓN NUMÉRICA

Hemos obtenido soluciones numéricas, con condiciones de contorno realistas, pero sin pérdidas.

Las EDPs en forma adimensional son

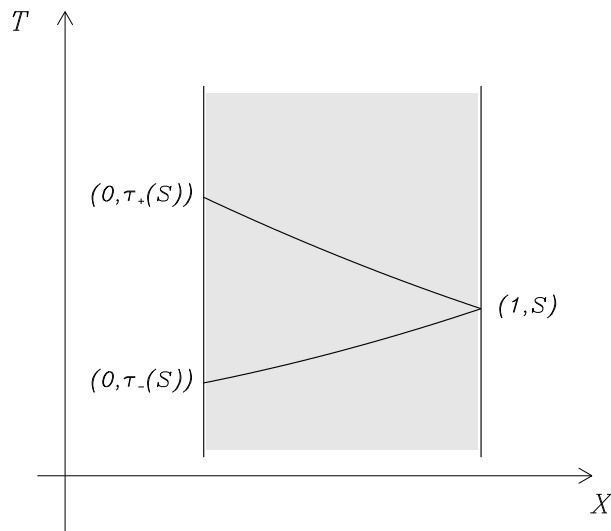
$$\frac{\partial}{\partial T} \begin{pmatrix} Q(X, T) \\ I(X, T) \end{pmatrix} = -U \frac{\partial}{\partial X} \begin{pmatrix} I(X, T) \\ \mathcal{V}(Q(X, T)) \end{pmatrix},$$

$$\text{donde } V = \frac{v}{v^*}, \quad Q = \frac{q}{C_{II} v^*}, \quad I = \left(\frac{L_{II}}{C_{II}} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{i}{v^*},$$

$$U = \frac{1}{c} (L_{II} C_{II})^{-\frac{1}{2}}, \quad X = \frac{x}{l} \quad \text{y} \quad T = t \frac{c}{l}.$$

$$\text{Sea } G_n(V) = \frac{C_m(v^* V)}{C_m(0)}.$$

RESOLUCIÓN ANALÍTICA: CURVAS CARACTERÍSTICAS



Introducimos los campos

$$\Gamma_{\pm} = H(V) \pm I,$$

donde

$$H'(V) = \sqrt{G_n(V)}.$$

y las curvas características

$$\frac{dT_{\pm}}{dX} = \mp U^{-1} \sqrt{G_n(V(X, T_{\pm}))}$$

DESAROLLO ANALÍTICO

. . . *basado en que la amplitud de la señal sea pequeña frente al voltaje característico de la no-linealidad.*

Sea el señal de entrada en voltios

$$v_{\text{in}}(x, t) = a \cos(2\pi f_0(t - x/u)).$$

El parámetro pequeño es

$$A = \frac{a}{v^*}.$$

Así que

$$V(X, T) = V_b + AV^{(0)}(X, T) + A^2V^{(1)}(X, T) + \mathcal{O}(A^3).$$

GENERACIÓN DEL SEGUNDO ARMÓNICO: TEORÍA

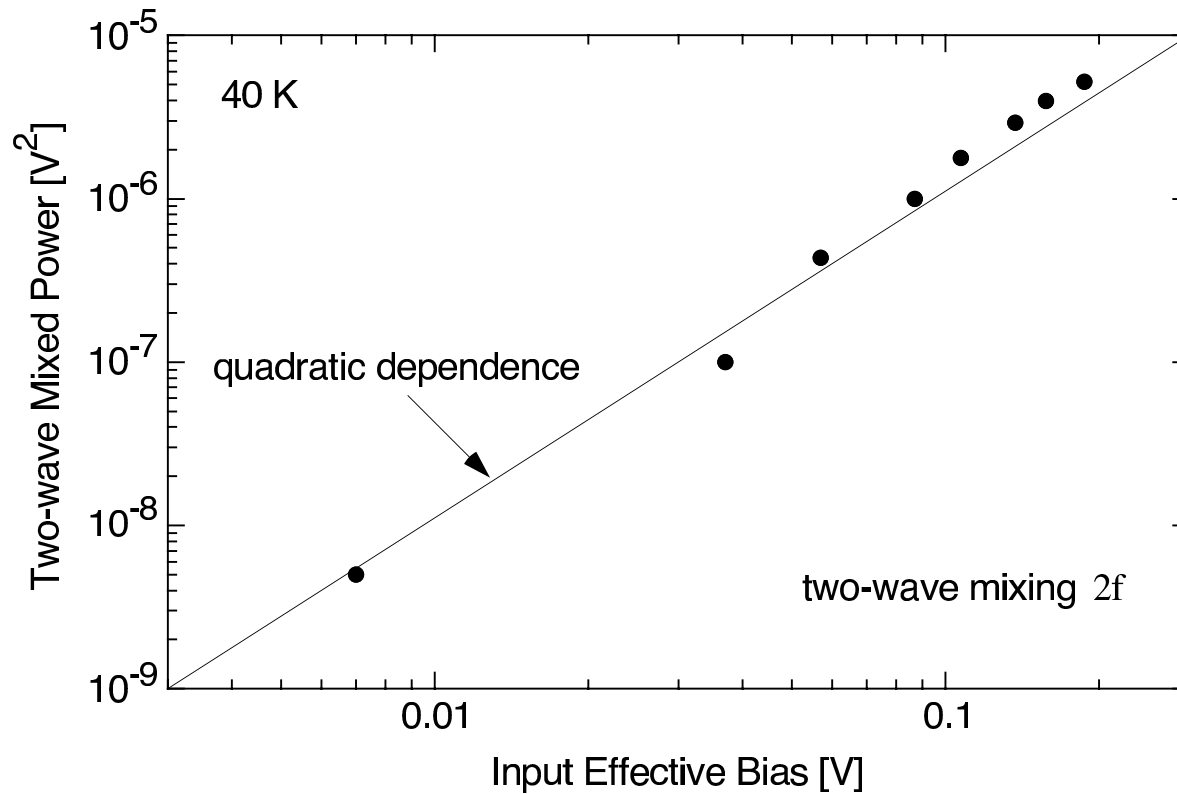
La potencia de salida a frecuencia $2f$ provocada por una señal de entrada de frecuencia f es

$$\mathcal{P}(2f) = \frac{1}{64} \mathcal{P}(f)^2 \left(v^* \frac{C'_m(v_b)}{C_m(v_b)} \right)^2 \Omega_m^2 \left| \frac{(1 + 3\beta) \cos 2\Omega_m + i(3\beta^{\frac{1}{2}} + \beta^{\frac{3}{2}}) \sin 2\Omega_m}{2\beta^{\frac{1}{2}} \cos 2\Omega_m + i(1 + \beta) \sin 2\Omega_m} \right|^2,$$

donde $\beta = L_{II}C_I/L_I C_m(v_b)$ y $\Omega_m = 2\pi fl \sqrt{L_{II}C_m(v_b)}$.

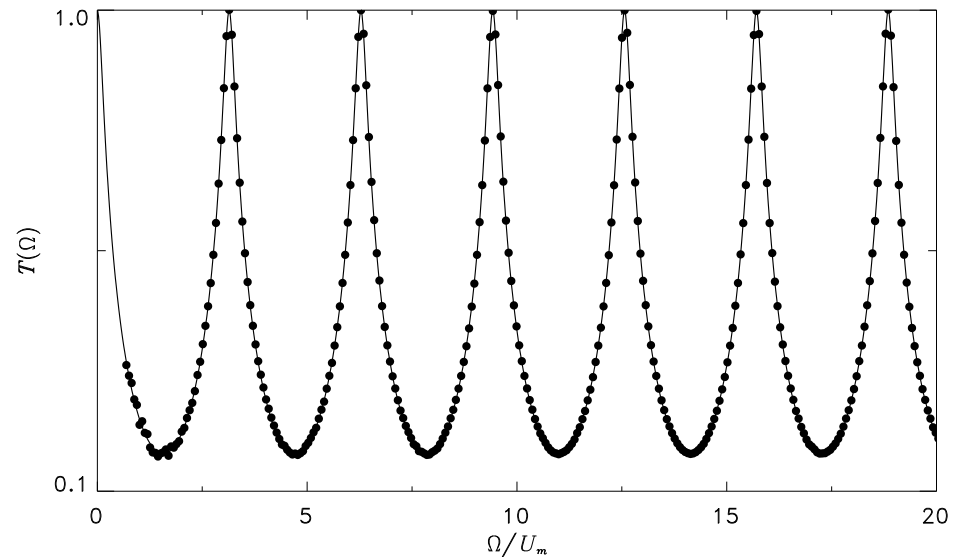
Como $v_b \rightarrow 0$, $C'_m(v_b) \propto v_b$ y $\mathcal{P}(2f) \propto v_b^2$.

GENERACIÓN DEL SEGUNDO ARMÓNICO: EXPERIMENTO



$\mathcal{P}(2f)$ en función del voltaje impuesto. Señal de entrada a 182 MHz.

RELACIÓN ENTRE RESULTADOS TEÓRICOS Y NUMÉRICOS: I



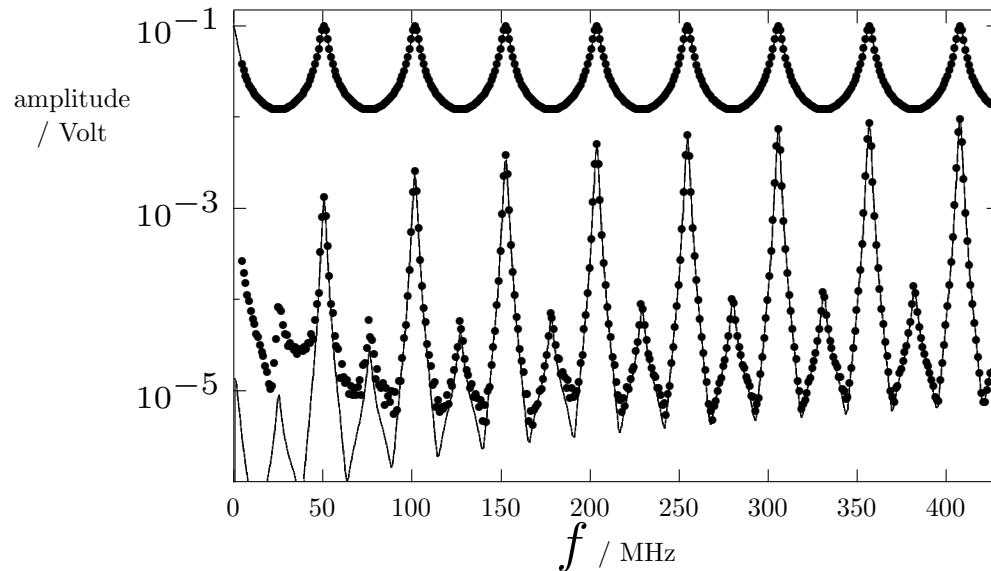
Línea continua: resultado analítico.

Puntos: resultados numéricos.

$$v_b = 0, \quad C_I/C_{II} = 9/2500 \quad \text{y}$$

$$\beta = 9/2500.$$

RELACIÓN ENTRE RESULTADOS TEÓRICOS Y NUMÉRICOS: II

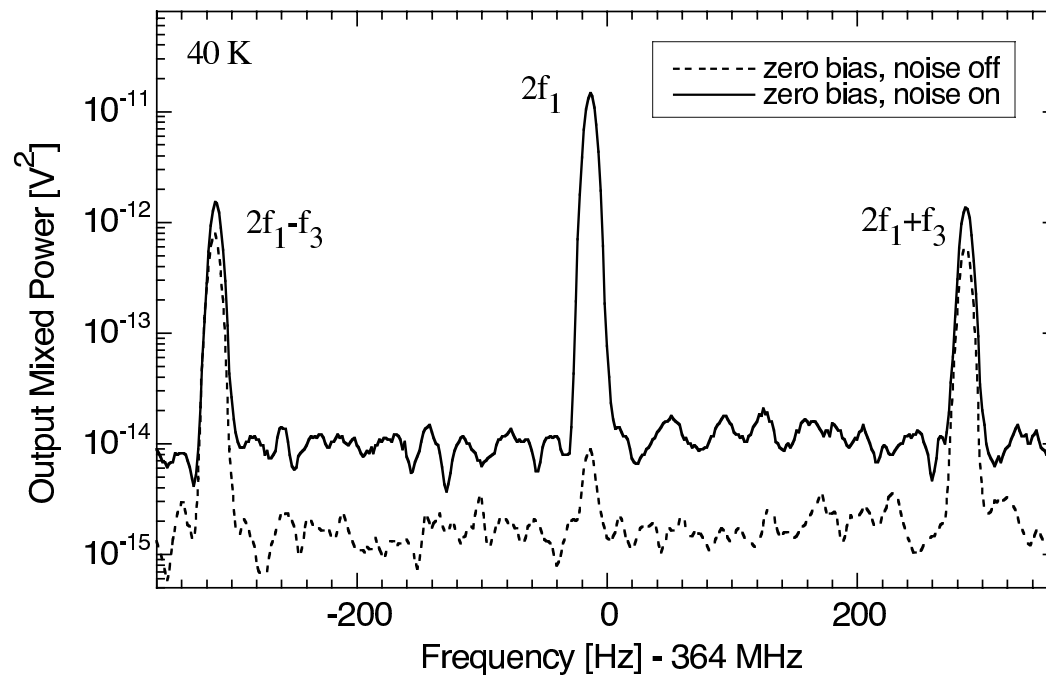


Transmisión y generación del segundo armónico en función de la frecuencia de la señal de entrada (Escala logarítmica).

Los puntos son resultados numéricos y las líneas, analíticos.

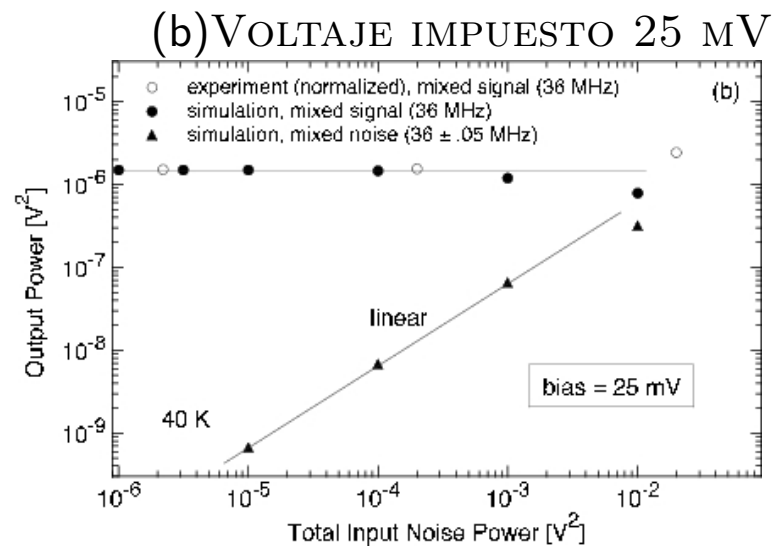
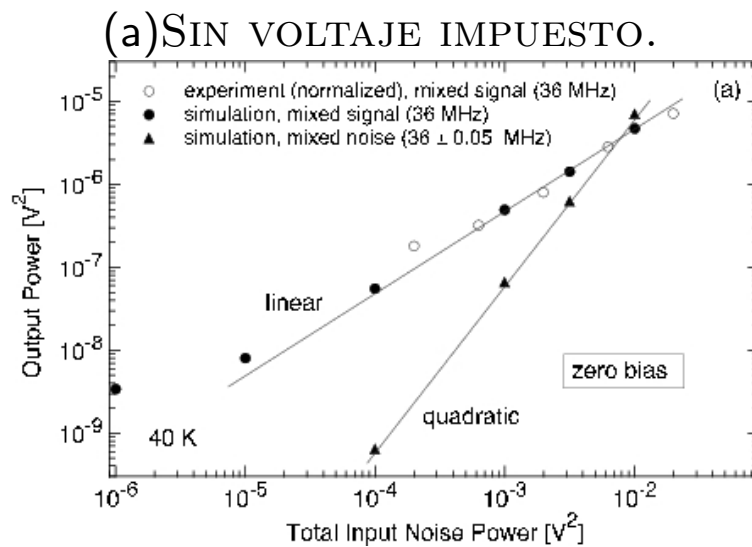
NOISE-ENHANCED CONVERSION

Añadir ruido puede aumentar la generación del segundo armónico.



Espectro de potencia de la señal de salida sin voltaje impuesto para dos niveles distintos de ruido.

STOCHASTIC RESONANCE?



Resultados experimentales y numéricos. Mixed power $\mathcal{P}(f_1 - f_2)$ y ruido de salida en función del ruido de entrada.

TRANSMISIÓN, REFLEXIÓN Y GENERACIÓN DEL SEGUNDO ARMÓNICO EN UNA GUÍA DE ONDAS NO LINEAL

Alp T. Findikoglu STC, Los Alamos National Laboratory.

Roberto Camassa T7, Los Alamos National Laboratory y Department of Mathematics, UNC Chapel Hill

Grant Lythe Department of Applied Mathematics, University of Leeds, UK

Además de fenómenos de resonancia entre la longitud de onda de la señal y la longitud de la guía de ondas, se generan señales armónicas. Obtenemos un acuerdo cuantitativo entre los resultados experimentales, numéricos y teóricos.

- *Dielectric nonlinearity and stochastic effects in strontium titanate* Appl. Phys. Lett. **80** 3391 (2002)